Лекция 5. Случайные величины. Алгоритм моделирования

Прежде чем приступить к обсуждению статистических моделей, полезно определиться с некоторыми необходимыми терминами и понятиями математической статистики. Поскольку данный способ моделирования прямо связан с экспериментальными измерениями, каждый результат которых называют событием, то в первую очередь следует учитывать, что величина, которая может принимать различные значения при одинаковых условиях, называется случайной величиной. Далее необходимо охарактеризовать частоту фиксации определенного значения переменной, например X, в одинаковых опытах на уровне x_i. Постоянная величина, которая характеризует относительную частоту появления события $X = x_i$ в виде отношения (3.1), называется вероятностью данного i-того события p_i и принимает значения от 0 до 1.

$$p_i = \frac{n_i}{n_\Sigma}, \tag{3.1}$$

где p_i – вероятность i-того события; n_i – число опытов, в которых совершилось событие $X = x_i$; n_Σ – общее число опытов.

Соотношение, устанавливающее связь между возможными значениями случайной величины и соответствующими им вероятностями, называется законом распределения вероятностей данной случайной величины. При описании случайных величин необходимо учитывать их характер. Так, дискретные величины в данном диапазоне могут принимать некоторые фиксированные значения, а непрерывные величины в данном диапазоне могут принимать любые промежуточные значения. Распределение непрерывной случайной величины не задается вероятностями отдельных событий, а описывается вероятностью события, когда величина принимает значения, меньшие некоторого заданного значения x. Эта вероятность называется функцией распределения случайной величины F(x). Наиболее часто используется нормальный закон распределения величин.

Для описания случайных величин используются числовые характеристики, которые отражают средние значения этих величин и разброс значений вблизи их средних значений. Вид числовых характеристик отличается для случаев дискретной и непрерывной случайной величины. К числовым характеристикам случайных величин относят:

– среднее значение или математическое ожидание m_x случайной величины X, которое характеризует центр рассеяния случайной величины и для дискретной функции описывается выражением

$$m_x = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i; \tag{3.2}$$

– средний разброс или дисперсию σ_x^2 относительно математического ожидания, которая характеризует разброс значений случайной величины относительно ее центра (математического ожидания) и для дискретной функции описывается выражением

$$\sigma_x{}^2 = \sum_{i=1}^{n} (x_i - m_x)^2 p_i. \tag{3.3}$$

Квадратный корень из дисперсии называют среднеквадратическим отклонением или среднеквадратической ошибкой. Обобщением числовых характеристик случайных величин являются значения моментов этих величин, выражения для которых аналогичны (3.2) и (3.3).

Обсудив основные понятия, необходимые для работы со статистическими моделями, можно познакомиться с алгоритмом моделирования с использованием статистических моделей (рисунок), который отражает основные этапы полного цикла моделирования в таком случае.

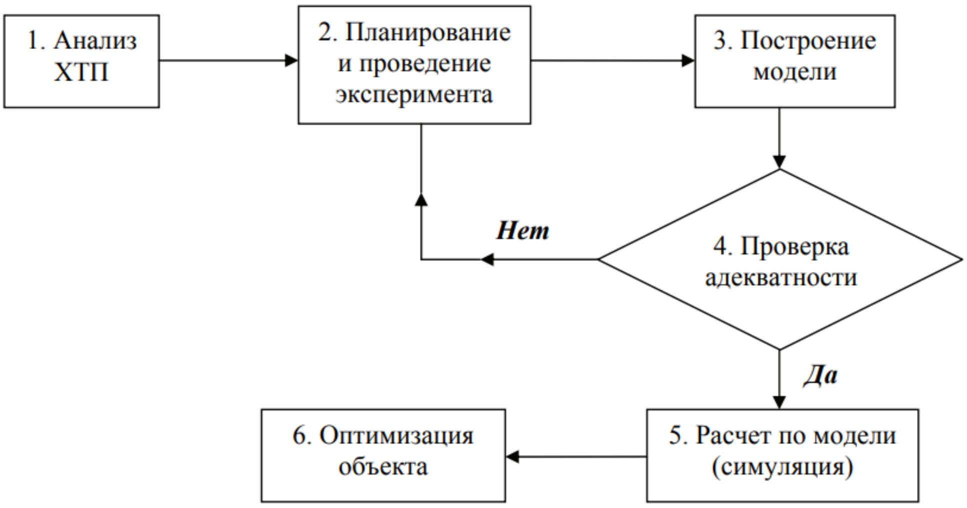

Схема алгоритма моделирования с использованием статистических моделей

Полный цикл моделирования с использованием статистических моделей включает шесть основных этапов.

1. Анализ ХТП, предполагающий выбор входных и выходных переменных, а также условий и целей исследования.

2. Получение набора эмпирических данных, отражающих зависимость между входными и выходными переменными, в соответствии с составленным планом эксперимента.

3. Построение математической модели в общем и частном виде с использованием методов математической статистики.

4. Проверка адекватности полученной математической модели набору экспериментальных данных.

5. Проведение анализа и интерполяционных расчетов значений выходной переменной с использованием полученной адекватной модели.

6. Оптимизация объекта моделирования с учетом данных, полученных по модели.

Анализ приведенного алгоритма показывает, что данный вид моделирования разбивается на 2 части, первая из которых связана с экспериментальными исследованиями, а вторая – с математической обработкой результатов этих исследований. Поэтому мы тоже разделим рассмотрение алгоритма на 2 части: первая часть – этапы 1–2, вторая часть – этапы 3–5. Последний шестой этап предложенного алгоритма моделирования, как мы уже обсуждали, универсален.